5-րդ դասարան

1. Դիցուք մի վագոնում կա x նստատեղ: Քանի որ 385 և 416 նստատեղերը գտնվում են նույն վագոնում, ապա $x > 416 - 385 \Rightarrow x > 31$: Բայց մյուս կողմից 544 և 577 նստատեղերը ոչ հարևան վագոններում են, հետևաբար $x < 577 - 544 \Rightarrow x < 33$, այսպիսով $31 < x < 33 \Rightarrow x = 32$:

Պատ՝. 32:

2. Դիցուք թզուկը մաշիկներով կշռում է xկգ, այդ դեպքում թզուկը առանց մաշիկների կշռում է $x - 2$կգ: Ըստ խնդրի պայմանի.
$5(x - 2) + 5x = 330 \Rightarrow 5x - 10 + 5x = 330 \Rightarrow 10x = 340 \Rightarrow x = 34$:

Պատ՝. 34:

3. Դիցուք Չեբուրաշկան ուտում է ամբողջ տորթը $2x$ րոպեում, այդ դեպքում Գենան ամբողջ տորթը կուտի x րոպեում: Ըստ խնդրի պայմանի երկուսն էլ կերել են հավասար քանակությամբ տորթ: Այդ դեպքում Չեբուրաշկան տորթի կեսը ուտելու համար կծախսի xրոպե, իսկ Գենան՝ $\frac{x}{2}$րոպեում, ըստ խնդրի պայմանի՝ $\frac{x}{2} + 1 = x \Rightarrow x + 2 = 2x \Rightarrow x = 2 \Rightarrow 2x = 4$:

Պատ՝. 4րոպե:

4. Նախ վերցնենք ամենափոքր քառանիշ թիվը, որի առաջին չորս թվանշանները տրված քառանիշ թվի թվանշաններն են գրված նույն կարգով: Նկատենք, որ $131300 = 53 \cdot 2477 + 19$ հետևաբար առաջին թիվը, որը բաժանվում է 53-ի, 131334-ն է, իսկ հաջորդը կլինի 131387: Նկատենք որ խնդրի պայմանին բավարարող այլ թիվ չկա:

Պատ՝. 131334; 131387:

5. Նախ նկատենք, որ$102 = 2 \cdot 3 \cdot 17$: Քանի որ 85-ը չի բաժանվում 3-ի, հետևաբար թվերից միայն մեկն է բաժանվում 3-ի: Նմանապես, թվերից միայն մեկն է բաժանվում 2-ի: Եվ քանի որ 85 բաժանվում է 17, հետևաբար միայն 17-ն է այդ թվերի ընդհանուր բաժանարարը: Այսպիսով այդ թվերն են՝ $2 \cdot 17$ և $3 \cdot 17$, կամ $2 \cdot 3 \cdot 17$ և 17, բայց այդ թվերի գումարը 85 է, հետևաբար 34 և 51

Պատ՝. 34; 51:

6-րդ դասարան

1. Քանի որ Վարդանը 14 կրակոցից 7-ը կպել է թիրախին, հետևաբար, նրան տվել են ևս $3\cdot 7=21$փամփուշտ: Այսպիսով Վարդանի մոտ եղել է $21+10=31$ փամփուշտ: Վարդանը կրակել է 14 փամփուշտ, հետևաբար նրա մոտ մնացել է $34-14=17$ փամփուշտ:

Պատ՝. 17 փամփուշտ:

2. Դիցուք մեկ ելակը կշռում է x գրամ, մեկ կեռասը՝ y գրամ, մեկ բալը՝z գրամ: Ըստ խնդրի պայմանների՝ $x+3y+2z=24$ (1)և $2x+5y+4z=44$ (2): Եթե (1)-ի երկու կողմերը բազմապատկենք 2-ով՝$2x+6y+4z=48$և հանենք (2)-ը, ապա կստացվի՝ $(2x+6y+4z)-(2x+5y+4z)=48-44 \Rightarrow y=4$, այսիքն մեկ կեռասը կշռում է 4 գրամ: Նկատենք, որ գումարելով իրար (1)-ը և (2)-ը կստացվի $3x+8y+6z=68$կամ $3x+4y+4y+6z=68$: Քանի որ մեկ կեռասը կշռում է 4 գրամ, ուրեմն՝ $3x+4y+16+6z=68$, որտեղից $3x+4y+6z=52$:

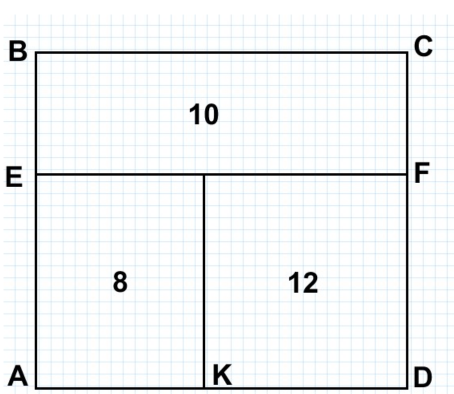
Պատ՝. 52 գրամ:

3. Նախ 915-ը վերլուծենք արտադրիչների՝ $915=3\cdot 5\cdot 61$, նկատենք, որ 61-ը պարզ թիվ է, և որպեսզի $n!$-ը բաժանվի 61-ի, ապա այն պետք է պարունակի 61 թիվը, այսինքն $n!=61! \Rightarrow n! \vdots 3,5$:

Պատ՝. 61:

4. Ըստ խնդրի պայմանի $\overline{ab}$ և $\overline{cb}$պարզ երկնիշ թվերի արտադրյալը հավասար է $\overline{250b}$ քառանիշ թվին: Նկատենք, որ բոլոր պարզ թվերը կարող են վերջանալ $1; 3; 7; 9$ թվանշաններով: Քանի, որ $\overline{ab}\cdot\overline{cb}=\overline{250b} \Rightarrow b=1 \Rightarrow \overline{a1}\cdot\overline{c1}=2501$: 2501-ը վերլուծենք արտադրիչների՝ $2501=41\cdot 61$: Նկատենք, որ այդ թվերից ոչ մեկը չի կարող լինել միանիշ, կամ եռանիշ:

Պատ՝. 1:

5. 

$AB=BC=CD=AD \triangleq a; AE \triangleq b$: $\left.\begin{matrix} AE=b \\ AB=a \end{matrix}\right| \Rightarrow$

$BE=a-b$; $\left.\begin{matrix} AK=c \\ AD=a \end{matrix}\right| \Rightarrow KD=a-c$

Այսպիսով՝

$$\begin{cases} 2(2a-b)=10 \\ 2b+2c=8 \\ 2a-2c+2b=12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a-b=5 \\ b+c=4 \\ a-c+b=6 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 4a-2b=10 \\ a+2b=10 \\ a-c+b=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a-b=5 \\ b+c=4 \\ a-c+b=6 \end{cases} \Rightarrow 5a=20 \Rightarrow$$

$a=4$:

Պատ՝. 4:

7-րդ դասարան

1. Ենթադրենք առաջին մարդն ունի x ոսկի, իսկ երկրորդ մարդը՝ y ոսկի: Ըստ խնդրի պայմանների կստացվի՝ $\begin{cases} x+7=5(y-7) \\ y+5=7(x-5) \end{cases}$: Լուծելով այս համակարգը, կստացվի՝ $x=7\frac{2}{17}$, $y=9\frac{14}{17}$:

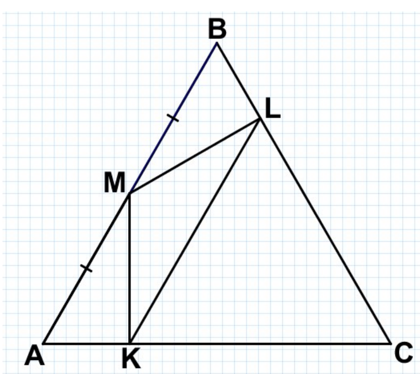
Պատ՝. $7\frac{2}{17}$ և $9\frac{14}{17}$:

2. Պարզ է, որ $\begin{cases} a+b=mc \\ b+c=ma \\ c+a=mb \end{cases}$: Գումարելով համակարգի մեջ մտնող հավասարումները իրար, կստացվի՝ $2a+2b+2c=ma+mb+mc \Rightarrow m(a+b+c)=2(a+b+c)$: Եթե $a+b+c\neq 0$, ապա $m=2$: Եթե $a+b+c=0$, ապա $a+b=-c \Rightarrow \frac{a+b}{c}=-1 \Rightarrow m=-1$:

Պատ՝. -1և 2:

3. Ամբողջ թվի քառակուսի 4-ի բաժանելիս տալիս է 0 կամ 1 մնացորդ, հետևաբար հավասարման ձախ մասը 4-ի բաժանելիս տալիս է $0; 1; 2$ մնացորդներ, իսկ հավասարման աջ մասը 4-ի բաժանելիս տալիս է 3 մնացորդ, ստացվեց որ հավասարությանը բավարարող $x; y$և zամբողջ թվեր գոյություն չունեն:

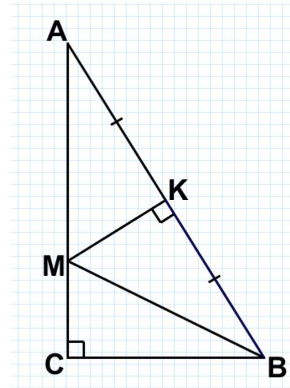
4.



Ըստ խնդրի պայմանի $AM=MB=\frac{a}{2}$: Նկատենք, որ $\angle BML=30^0$, ուրեմն ուղղանկյուն եռանկյունի BML-ի մեջ $BL=\frac{MB}{2}=\frac{a}{4}$, որտեղից $CL=BC-BL=\frac{3}{4}a$: Նման ձևով $AK=\frac{a}{4}$, որտեղից $CK=AC-AK=\frac{3}{4}a$: Քանի որ $\angle C=60^0$, ապա եռանկյունի KLC –ն հավասարակողմ եռանկյուն է: Այսինքն՝ $KL=\frac{3}{4}a$:

Պատ՝. $\frac{3}{4}a$:

5. Դիցուք $MC = x$, այդ դեպքում $AM = 2x$ ։ Միացնենք M կետը B -ին, և նկատենք, որ $\Delta AMK = \Delta MKB \Rightarrow AM = BM = 2x$ ։ Ստացվեց, որ ուղղանկյուն ΔCMB -ի մեջ $MC = \dfrac{MB}{2} \Rightarrow \angle MBC = 30^0$, իսկ $\angle BMC = 60^0$ ։ Քանի որ $\Delta AMK = \Delta MKB$, ապա $\angle AMK = \angle BMK = \dfrac{180^0 - 60^0}{2} = 60^0 \Rightarrow \angle A = 30^0$, Փաստորեն $\angle A = 30^0$, $\angle C = 90^0 \Rightarrow \angle B = 60^0$ ։



Պատ՝. 30^0; 60^0։

8-րդ դասարան

1. Բոլոր պատասխանած աշակերտների ստացած գնահատականների գումարը նշանակենք S–ով, Աննայի ստացած գնահատականը՝ x -ով, Վարդանինը՝ y -ով, իսկ Անահիտինը՝ z -ով: Ըստ խնդրի պայմանների՝

$$\begin{cases} S-x=x+10 \\ S-y=y+8 \\ S-z=z+6 \end{cases} <=> \begin{cases} S=2x+10 \\ S=2y+8 \\ S=2z+6 \end{cases} <=> \begin{cases} 2x+10=2y+8 \\ 2y+8=2z+6 \\ 3S=2(x+y+z)+24 \end{cases} <=> \begin{cases} y-x=1 \\ z-y=1 \\ S=\dfrac{2(x+y+z)+24}{3} \end{cases}$$

: Քանի որ $\begin{cases} y-x=1 \\ z-y=1 \end{cases}$ և $3 \le x,\ y,\ z \le 5$ (գնահատումը կատարվում էր հինգ միավորանոց համակարգով), ապա $x=3,\ y=4,\ z=5$: Ստացվեց, որ $x+y+z=12$ և $S=\frac{48}{3}=16$, և քանի որ $16-12=4$հետևաբար բացի երեք աշակերտներից պատասխանել է ևս մեկ աշակերտ և ստացել 4 գնահատական:

Պատ՝. չորսաշակերտ

գնահատականները ՝3; 4; 4; 5

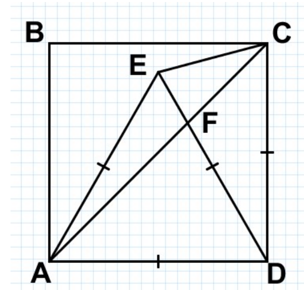
2. Վարժությունը գրենք այս տեսքով՝ $4m^2n-n-4m^2+1=57 \Rightarrow 4m^2(n-1)-(n-1)=57 \Rightarrow (n-1)(4m^2-1)=57 \Rightarrow (n-1)(2m-1)(2m+1)=1\cdot 3\cdot 19$: Քանի որ $(2m-1)$–ը և $(2m+1)$ -ը հաջորդական կենտ թվեր են, ապա $2m-1=1$ և $n-1=19$ => $m=1$, իսկ $n=20$:

Պատ՝. 1 և 20 :

3. Եթե տրված կոտորակը անկրճատելի է, ապա $\frac{8n+5}{6n+4}$-ը ևս անկրճատելի է: Նկատենք, որ $\frac{8n+5}{6n+4}=1+\frac{2n+1}{6n+4}$: Այժմ ապացուցենք, որ $\frac{2n+1}{6n+4}$–ը անկրճատելի է: Եթե $\frac{2n+1}{6n+4}$ կոտորակը անկրճատելի է, ապա $\frac{6n+4}{2n+1}$-ը ևս անկրճատելի է: Պարզ է, որ $\frac{6n+4}{2n+1}=3+\frac{1}{2n+1}$: Քանի որ $\frac{1}{2n+1}$–ը անկրճատելի է, ուրեմն $\frac{2n+1}{6n+4}$ –ը ևս անկրճատելի է, այսինքն $\frac{8n+5}{6n+4}$ –ը անկրճատելի է:

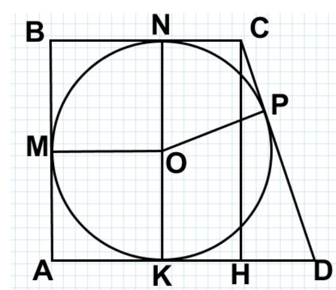
Պատ՝. ապացուցված է :

4. Ըստ խնդրի պայմանի ΔAED -ն կանոնավոր (հավասարակողմ) է, ուրեմն $\angle EDA = 60^0 => \angle EDC = 90^0 - 60^0 = 30^0$: Պարզ է, որ $ED = CD => \angle ECD = \angle DEC = \dfrac{180^0 - 30^0}{2} = 75^0$: Քանի որ $\angle ACD = 45^0$ (քառակուսու անկյունագծերը կիսում են անկյունները) $=> \angle FCE = 75^0 - 45^0 = 30^0$: Նկատենք, որ $\angle EFC = 45^0 + 30^0 = 75^0$ (որպես ΔFCD –ի արտաքին անկյուն)։ Ստացվեց, որ $\angle DEC = \angle EFC = 75^0 => EC = FC$:



Պատ՝. ապացուցված է ։

5. Դիցուք $ABCD$ –ն ուղղանկյուն սեղան է, որտեղ $\angle A = \angle B = 90^0$, $AD \parallel BC$, ընդ որում $BC < AD$: Շրջանագծի կենտրոնը նշանակենք O –ով, շառավիղը՝ r -ով, իսկ շրջանագծի և սեղանի AB, BC, CD, AD կողմերի հետ շոշափման կետերը համապատասխանաբար՝ M -ով, N -ով, P -ով, K -ով։ Նշանակենք նաև NC -ն x –ով, KD -ն y –ով։ Պարզ է, որ $AM = MB = BN = NO = OK = KA = OM = r$, իսկ $NC = CP = x,\ PD = KD = y$ (որպես մի կետից շրջանագծին տարված շոշափողներ)։ Տանենք $CH \perp AD$: Քանի որ $KNCH$ ուղղանկյուն է, ուրեմն $CH = NK = 2r$, $NC = KH = x => DH = y - x$: Ուղղանկյուն ΔCDH -ի մեջ կիրառելով Պյութագորասի թեորեմը կստանանք՝ $(x + y)^2 = 4r^2 + (y - x)^2$, որտեղից $r^2 = xy => S = \dfrac{AD + BC}{2} \cdot CH = (2r + x + y)r = 2r^2 + r(x + y)$: Մյուս կողմից պետք է ցույց տայինք, որ $S = AD \cdot BC$, որտեղ $AD \cdot BC = (r + x)(r + y) = r^2 + r(x + y) + xy = 2r^2 + r(x + y)$: Ապացույցն ավարտված է։



Պատ՝. ապացուցված է ։

9-րդ դասարան

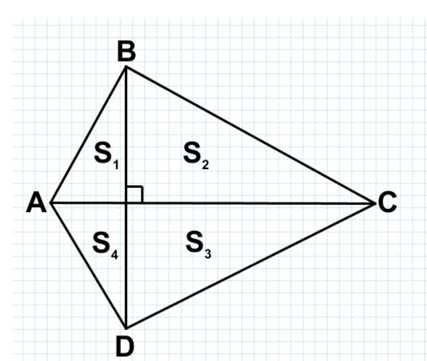
1. A-ից դուրս եկած առաջին ինքնաթիռի արագությունը նշանակենք x կմ/ժ, իսկ B-ից դուրս եկած երկրորդ ինքնաթիռի արագությունը՝ y կմ/ժ: Պարզ է, որ $AB = 6x + 6y$ կմ, իսկ$AC = \frac{9x}{2}$կմ$\Rightarrow BC = 6x + 6y - \frac{9x}{2} = 6y + \frac{3x}{2}$:Քանի որ երկրորդ ինքնաթիռը BC ճանապարհը անցնում է 7 ժամում, ապա $\frac{6y+\frac{3x}{2}}{y} = 7 \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{2}{3}$: Նկատենք, որ առաջինը ամբողջ ճանապարհի վրա ծախսում է $\frac{6x+6y}{x} = 6 + 6 \cdot \frac{y}{x} = 15$ժամ, իսկ երկրորդը՝ $\frac{6x+6y}{y} = 6 + 6 \cdot \frac{x}{y} = 10$ժամ:

Պատ՝. 10 ժ և 15 ժ:

2. Նկատենք, որ ամեն բախումից հետո յուրաքանչյուր երկու գույնի մասնիկների քանակների տարբերությունների մնացորդը երեքի բաժանելիս մնում է անփոփոխ: Եթե ինչ-որ պահի բոլոր մասնիկները դառնում են նույն գույնի, ապա վերը նշված մնացորդները հավասար կլինեն $(18 + 1018 + 2018) - 0 \equiv 0\ (mod3), 0 - 0 \equiv 0\ (mod3)$: Մինչդեռ սկզբում այդ մնացորդները հավասար չեն 0՝ $1018 - 18 \neq 0\ (mod3), 2018 - 18 \neq 0\ (mod3), 2018 - 1018 \neq 0\ (mod3)$:

3. Ապացուցենք հակասող ենթադրությամբ: Ենթադրենք $n + 1$-ը պարզ թիվ չէ, այսինքն $n + 1 = k \cdot m$, որտեղ k-ն և m-ը բնական թվեր են: Քննարկենք հետևյալ դեպքերը.
ա) $k \neq m \Rightarrow k < n + 1$և $m < n + 1$: Քանի որ $n! = \cdots \cdot k \cdot \cdots \cdot m \cdot \cdots$,ապա $n! \vdots k \cdot m$հետևաբար $n! \vdots (n + 1)$: Ստացվեց հակասություն:
բ) $k = m$, ընդորումk − նպարզթիվէ $\Rightarrow n + 1 = k^2$: Քանի որ $n > 3$, ուրեմն$k < k^2$ և2 $k < k^2$: Ստացվեց, որ $n! \vdots 2k^2 = 2(n + 1) \Rightarrow n! \vdots n + 1$, ստացվեց հակասություն: Այսինքն մեր ենթադրությունը սխալ էր:

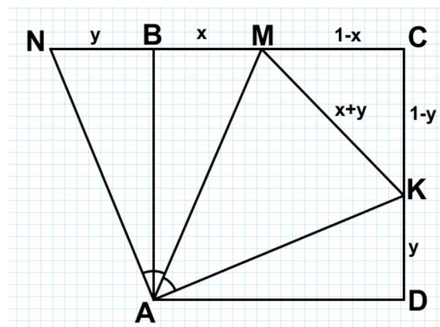
4. Կատարենք հետևյալ նշանակումները. $S_{AOB} = S_1$, $S_{BOC} = S_2$, $S_{COD} = S_3$ և $S_{AOD} = S_4$:



Քանի որ $S_1 = \frac{BO \cdot AO}{2}$, $S_2 = \frac{BO \cdot CO}{2}$, $S_3 = \frac{CO \cdot DO}{2}$, $S_4 = \frac{AO \cdot DO}{2}$, ապա $S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$: Ըստ խնդրի պայմանի S_1, S_2, S_3, S_4-ը արտահայտվում են պարզ թվերով, ուրեմն $S_1 = S_4$և $S_2 = S_3$կամ $S_1 = S_2$ և $S_3 = S_4$: Եթե $S_1 = S_4$ և $S_2 = S_3$, ապա $\frac{BO \cdot AO}{2} = \frac{AO \cdot DO}{2} \Rightarrow BO = DO \Rightarrow AB = AD$ և $\frac{BO \cdot CO}{2} = \frac{CO \cdot DO}{2} \Rightarrow BO = DO \Rightarrow BC = DC$: Ստացվեց, որ $AD + BC = AB + CD$, այսինքն $ABCD$ քառանկյանը կարելի է ներգծել շրջանագիծ: Իսկ եթե $S_1 = S_2$ և $S_3 = S_4$, ապա $AB = BC$ և $AD = DC$ $\Rightarrow AD + BC = AB + CD$, այսինքն $ABCD$ քառանկյանը կարելի է ներգծել շրջանագիծ:

Պատ՝. ապացուցված է:

5. Նշանակենք $BM = x \Rightarrow CM = 1 - x$ և նշանակենք $DK = y \Rightarrow KC = 1 - y$: Ունենք, որ MCK եռանկյան պարագիծը հավասար է 2-ի, ուրեմն $MK = x + y$: CB ճառագայթի վրա N կետը վերցնենք այնպես, որ $BN = DK$: Նկատենք,որ $\Delta NBA = \Delta AKD$, ուրեմն $AN = AK, \angle NAB = \angle KAD$: Քանի որ $NM = MK$, $AN = AK$, իսկ AN կողմն ընդհանուր է, ապա $\Delta ANM = \Delta AMK$ (եռանկյունների հավասարության երրորդ հայտանիշ) $\Rightarrow$ $\angle NAM = \angle MAK$: Պարզ է, որ $\angle NAK = 90^0 \Rightarrow \angle NAM = \angle MAK = 45^0$:



Պատ՝. 45^0: