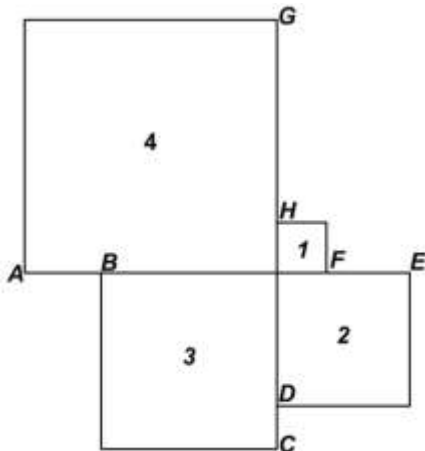


Օժտված երեխաների մրցույթ «Քվանտ 2021»

Լուծումներ

5-րդ դասարան

- I | եղանակ Քանի որ Արմենը 2-ի բաժանելու փոխարեն թիվը բազմապատկեց 2-ով, ապա ստացված արդյունքը 4 անգամ մեծացավ սկզբնական թվից: Խնդրի պայմանից հետևում է, որ նրանց տարբերությունը՝ $6+6=12$, որտեղից էլ՝ $12:(4-1)=4$: Ուրեմն գրատախտակին գրված թիվը կլինի՝ $4 \cdot 2=8$
II | եղանակ Գրատախտակին գրված թիվը նշանակենք x -ով: Ըստ խնդրի պայմանների կստացվի՝ $\frac{x}{2} + 6 = 2x - 6$, որտեղից՝ $x=8$: Պատ՝ 8:
2. Քանի որ հինգ հատ կենտ թվերի գումարը տալիս է կենտ թիվ, ապա պարզ է, որ խնդրում նշված տասերից գոնե մեկը պետք է լինի գույգ թիվ: Իսկ այդ դեպքում տասերի արտադրյալը կլինի գույգ թիվ, որը հակասում է խնդրի պայմանին:
Պատ՝ գոյություն չունեն:
3. Թվերը համարակալենք 1-ից մինչև 11: Պարզ է, որ չորրորդից մինչև ութերորդ թվերի գումարը կլինի $64-(18+18)=28$: Ուրեմն մեջտեղի (կենտրոնական) թիվը կլինի՝ $18+18-28=8$:
Պատ՝ 8:
4. Խնդիրը լուծենք՝ մոտենալով հակառակ կողմից: Քանի որ, համաձայն խնդրի պայմանի, եթե ավանդատուն երրորդ անգամ այցելի բանկ և եռապատկի իր ավանդը, այնուհետև վերցնի 5400 դրամ, ապա էլ բանկում դրամ չի ունենա, ուրեմն դրանից առաջ նա ունեցել է $5400:3=1800$ դրամ: Հետևաբար, երկրորդ անգամ բանկ այցելելուց և գումարը եռապատկելուց հետո կունենար՝ $1800+5400=7200$, այսինքն մինչ այդ նա բանկում ունեցել է $7200:3=2400$ դրամ: Կատարելով նույն գործողությունները առաջին անգամ բանկ այցելելու դեպքում, կստանանք՝ $2400+5400=7800 \Rightarrow 7800:3=2600$ դրամ:
Պատ՝ 2600 դրամ:
5. Նշանակենք առաջին քառակուսու կողմը x -ով: Այդ դեպքում երկրորդ քառակուսու կողմը կլինի՝ $x + 13$, երրորդ քառակուսու կողմը՝ $18 + x$, իսկ չորրորդ քառակուսու կողմը՝ $29 + x$: Պարզ է, որ $GH = 29 + x - x = 29$:



Պատ՝ 29:

6-րդ դասարան

1. Սեղանների քանակը, որոնց մոտ նստում են մեկ տղա և մեկ աղջիկ նշանակենք x -ով: Այդ դեպքում այն սեղանները, որոնց մոտ նստում են երկու աղջիկ, կլինի՝ $2x$, իսկ բոլոր աղջիկների քանակը կլինի՝ $2 \cdot 2x + x = 10$, որտեղից $x = 2$: Պարզ է, որ այն սեղանների քանակը, որոնց մոտ նստում են երկու տղա կլինի՝ $2 \cdot 2x = 8$, իսկ բոլոր տղաների քանակը կլինի՝ $2 \cdot 8 + 2 = 18$:

Պատ՝ 18:

2. Ըստ խնդրի պայմանների՝ $\overline{6x} \cdot \overline{6y} = \overline{x6} \cdot \overline{y6}$, որտեղ $x \neq 6, y \neq 6$: Լուծելով այս հավասարումը, կստանանք՝ $(6 \cdot 10 + x)(6 \cdot 10 + y) = (10x + 6)(10y + 6)$ կամ $99xy = 3564$, որտեղից $xy = 36$: Պարզ է, որ $x = 9, y = 4$ կամ $x = 4, y = 9$: Պատ՝ 69 և 96:

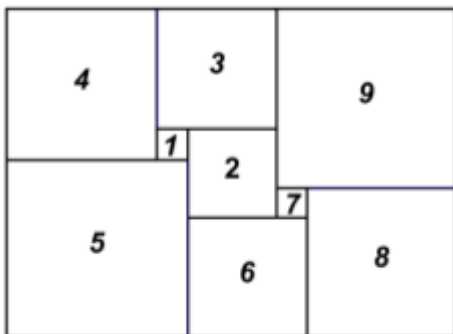
3. Քանի որ մեկ զամբյուղ տանելուց հետո սև գնդիկների քանակը երկու անգամ շատ է կարմիրներից, ապա այդ գնդիկների ընդհանուր քանակը կբաժանվի երեքի: Ըստ խնդրի պայմանների, գնդիկների ընդհանուր քանակը է $4 + 7 + 9 + 14 + 19 = 53$, որը 3-ի բաժանելիս տալիս է 2 մնացորդ: Ուրեմն պետք է տարվի այն զամբյուղը, որում գնդիկների թիվը 3-ի բաժանելիս կտա 2 մնացորդ: Այսպիսով՝ տարվում է 14 գնդիկ պարունակող զամբյուղը:

Պատ՝ 14 գնդիկ պարունակող զամբյուղը:

4. Պարզ է, որ ձին մեկ օրում ուտում է խոտի $\frac{2}{3}$ մասը, ցուլը՝ $\frac{1}{2}$ -ը, կովը՝ $\frac{1}{3}$ -ը, հորթը՝ $\frac{1}{4}$ -ը, ոչխարը՝ $\frac{1}{6}$ -ը, այծը՝ $\frac{1}{12}$ -ը: Նկատենք, որ $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12}$ կամ $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

Ստացվեց կենդանիների հետևյալ խմբերը. ձին և կովը մի խումբ, մնացածը՝ մյուս խումբ, կամ ձին, հորթը, այծը մի խումբ, մնացածը՝ մյուս խումբ: Բացի այդ կենդանիներից ոչ մեկը մյուս հինգ կենդանիների չափ խոտ չի ուտում, այսինքն՝ բաժանման այլ տարբերակ հնարավոր չէ:

5. Նշանակենք առաջին քառակուսու կողմը a -ով, իսկ երկրորդ քառակուսու կողմը՝ b -ով: Այդ դեպքում երրորդ քառակուսու կողմը կլինի $a + b$, չորրորդ քառակուսու կողմը՝ $2a + b$, հինգերորդը՝ $3a + b$, վեցերորդը՝ $4a$, յոթերորդը՝ $4a + b$, ութերորդը՝ $8a - b$, իններորդը՝ $12a - 2b$: Պարզ է, որ $(2a + b) + (3a + b) = (12a - 2b) + (8a - b)$, որտեղից՝ $b = 3a$: Քանի որ $b = 3a$ պայմանին բավարարող ամենափոքր թվերն են $a = 1$ և $b = 3$, ապա ուղղանկյան պարագծի ամենափոքր արժեքը կլինի՝ $2 \cdot (11 + 15) = 52$:



Պատ՝ 52 միավոր:

7-րդ դասարան

1. Ջրոսայգում խաղացող աղջիկների և տղաների թվերը սկզբում հարաբերում էին ինչպես $4:3=12:9$, իսկ վերջում՝ $11:9$, դա նշանակում է, որ եթե աղջիկների քանակը համարենք սկզբում 12 մաս, վերջում՝ 11 մաս, ապա մեկ մասին կհամապատասխանի 4 աղջիկ, իսկ 12 մասին՝ 48 աղջիկ: Այսպիսով՝ սկզբում զբոսայգում խաղում էր 48 աղջիկ:

Պատ՝ 48 աղջիկ:

2. Գիտենք, որ թիվը բաժանվում է 25-ի, եթե վերջանում է 00-ով, 25-ով, 50-ով կամ 75-ով: Նկատենք, որ եթե այդ քառանիշ թիվը վերջանա 00-ով կամ 50-ով, ապա նրա թվանշանների գումարը չի բաժանվի 25-ի: Եթե այդ քառանիշ թիվը վերջանա 25-ով, ապա նրա առաջին երկու թվանշանները պետք է լինեն 9-ը, որ գումարը բաժանվի 25-ի, բայց այդ դեպքում թվանշանների արտադրյալը չի բաժանվում 25-ի: Ստացվեց, որ այդ քառանիշ թիվը պետք է վերջանա 75-ով, ընդ որում առաջին կամ երկրորդ թվանշաններից մեկը պետք է լինի 5, որ թվանշանների արտադրյալը բաժանվի 25-ի: Ուրեմն, որոնելի թվերը կլինեն՝ 5875 և 8575:

Պատ՝ 5875 և 8575:

3. Նկատենք, որ ջնջվել է վերջին թվանշանը, հակառակ դեպքում ստացված թվի վերջին թվանշանը կլինի 0: Նշանակենք հնգանիշ թիվը x -ով, իսկ վերջին թվանշանը՝ y -ով: Այդ դեպքում՝ $10x + y - x = 654321$, որտեղից $9x + y = 654321$ կամ $9x + y = 9 \cdot 72702 + 3$: Պարզ է, որ $x = 72702$ և $y = 3$:

Պատ՝ 727023:

4. ABC եռանկյան մեջ տանենք BH բարձրություն և նկատենք, որ $BH = \frac{1}{2}BC = BM$: Քանի որ $\angle HBC = 60^\circ$ և $BH = BM$, ուրեմն BMH եռանկյունը կլինի հավասարակողմ՝ $BH = BM = HM$, իսկ CMH եռանկյունը կլինի հավասարասրուն՝ $HM = MC$, որտեղից էլ կստացվի, որ $\angle HMC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$: Մյուս կողմից ABH ուղղանկյուն եռանկյան մեջ $\angle A = 45^\circ \Rightarrow AH = BH$: Ստացվեց, որ $AH = HM$, ընդ որում $\angle AHM = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$, այսինքն $\angle HAM = \angle HMA = \frac{1}{2} \cdot (180^\circ - 150^\circ) = 15^\circ$: Այսպիսով՝ $\angle AMC = 120^\circ + 15^\circ = 135^\circ$:

Պատ՝ 135° :

5. Շարունակենք DE ճառագայթը և CB ուղղի հետ հատման կետը նշանակենք K -ով: Նկատենք, որ AED և EBK եռանկյունները հավասար են (եռանկյունների հավասարության երկրորդ հայտանիշով), ուրեմն $KB = AD$: Բայց քանի որ $AD = BC$, ուրեմն $KB = BC = BF \Rightarrow KFC$ եռանկյան մեջ $\angle KFC = 90^\circ$, այսինքն $\angle CFD = 90^\circ$:

Պատ՝ 90° :

8-րդ դասարան

1. Քանի որ գնացքները շարժվում են միևնույն ուղղությամբ, նրանցից մեկի արագությունը մյուսի նկատմամբ կլինի 10 մ/վ: 50 վայրկյանի ընթացքում մարդատարը բեռնատարի նկատմամբ կշարժվի 500 մ, հետևաբար մարդատար գնացքի երկարությունը կլինի 300 մ:

Պատ՝ 300 մ:

2. Քանի որ $345 - ը$ և $5y^2$ -ին բաժանվում են $5 - ի$, ուրեմն $3x^2$ -ին ևս բաժանվում է $5 - ի$
 $\Rightarrow x = 5u$, որտեղ $u \in Z$: Նման ձևով $y = 3v$, որտեղ $v \in Z$: Ստացվեց, որ $3 \cdot (5u)^2 + 5 \cdot (3v)^2 = 345$ կամ $5u^2 + 3v^2 = 23$: Պարզ է, որ $|u| \leq 2$ և $|v| \leq 2$: Թվերի մի քանի հեշտ փոքրներ կատարելով ստանում ենք որոնելի թվագույգերը՝ $(10; 3)$, $(10; -3)$, $(-10; 3)$, $(-10; -3)$:

Պատ՝ $(10; 3)$, $(10; -3)$, $(-10; 3)$, $(-10; -3)$:

3. Ենթադրենք կոտորակը դրական է: Նկատենք, որ եթե թիվը փոքրացավ, ապա ստորակետը մեկ թվանշան կտեղափոխվի դեպի ձախ, որի արդյունքում թիվը կփոքրանա 10 անգամ: Ստացվեց, որ $10x - x = 19,71$ որտեղից $x = 2,19$, իսկ որոնելի թիվը կլինի՝ $10 \cdot 2,19 = 21,9$: Եթե կոտորակը բացասական է, կատարելով նույն քայլերը, կստանանք Պատ՝ 21,9 կամ $-2,19$:

4. Նկատենք, որ $BC = 4$ և $AD = 10$ հիմքերով $ABCD$ սեղանին արտագծած շրջանագիծը արտագծված է նաև ABD եռանկյանը, իսկ եռանկյանն արտագծած շրջանագծի շառավիղը կարելի է հաշվել $R = \frac{AB \cdot BD \cdot AD}{4 \cdot S_{ABD}}$ բանաձևով: ABD եռանկյան մեջ տանենք BH բարձրություն: Պարզ է, որ $AH = \frac{AD - BC}{2} = 4$ և $HD = \frac{AD + BC}{2} = 8$: ABH ուղղանկյուն եռանկյունուց՝ $AB = 4\sqrt{2}$ (ըստ Պյութագորասի թեորեմի), իսկ ուղղանկյուն եռանկյունի BDH -ից՝ $BD = 4\sqrt{5}$ (ըստ Պյութագորասի թեորեմի): Ստացվեց, որ $R = 2\sqrt{10}$:

Պատ՝ $2\sqrt{10}$:

5. Նշանակենք AC կողմի միջնակետը F -ով և նկատենք, որ AEC ուղղանկյուն եռանկյան մեջ $AF = EF = FC$: Նման ձևով ADC ուղղանկյուն եռանկյան մեջ $AF = DF = FC$: EFD եռանկյան մեջ տանենք FH բարձրություն, և քանի որ եռանկյունի EFD -ն հավասարասրուն է՝ $EF = FD$, ուրեմն $EH = HD$: Մյուս կողմից $AMNC$ ուղղանկյուն սեղանի մեջ $MH = HN$ (ըստ Թալեսի թեորեմի): Ստացվեց, որ $ME = MH - EH$, իսկ $DN = HN - HD$, ուրեմն $ME = DN$:

9-րդ դասարան

1. Ենթադրենք Սոնան մինչև իր մայրիկին հադիպելը քայլել էր l երկարությամբ ճանապարհ: Այդ դեպքում նրա մայրը սովորականի համեմատ կանցներ $2l$ երկարությամբ ավելի քիչ ճանապարհ: Հենց այդ պատճառով էլ նրանք տուն հասան 12 րոպե շուտ, այսինքն l երկարությամբ ճանապարհը մեքենան անցնում է $\frac{12}{2} = 6$ րոպեում: Ուրեմն Սոնան հանդիպեց մայրիկին 13:00-ից 6 րոպե շուտ՝ 12:54:

Պատ՝ 12:54:

2. Ըստ խնդրի պայմանների կունենանք $\overline{xy5} - \overline{5xy} = \overline{aaa}$, որտեղից $100x + 10y + 5 - (50 + 10x + y) = 100a + 10a + a$ կամ $3 \cdot (10x + y - 55) = 37a$: Քանի որ 37-ը պարզ թիվ է, ուրեմն a -ն 3-ի բազմապատիկ է: Նկատենք, որ $a = 6$ և $a = 9$ դեպքերը չեն բավարարում, իսկ $a = 3$ դեպքում $10x + y = 92$, որտեղից որոնելի թիվը կլինի՝ 925:
Պատ՝ 925:
3. Առաջին հավասարման արմատները նշանակենք $x_1; x_2$, երկրորդինը՝ $x_2; x_3$, երրորդինը՝ $x_1; x_3$: Ըստ Վիետի թեորեմի $a = -(x_1 + x_2)$, $c = -(x_2 + x_3)$, $e = -(x_1 + x_3)$, $b = x_1x_2$, $d = x_2x_3$, $f = x_1x_3$: Նկատենք, որ $\frac{a^2+c^2-e^2}{4} - (b+d-f) = \frac{(x_1+x_2)^2+(x_2+x_3)^2-(x_1+x_3)^2}{4} - (x_1x_2+x_2x_3-x_1x_3) = \frac{(x_2-x_1)(x_2-x_3)}{2}$
 $\frac{c^2+e^2-a^2}{4} - (d+f-b) = \frac{(x_3-x_2)(x_3-x_1)}{2}$ և $\frac{e^2+a^2-c^2}{4} - (f+b-d) = \frac{(x_1-x_2)(x_1-x_3)}{2}$: Եթե $x_1 > x_2 > x_3$, ապա վերջին երեք հավասարությունները միաժամանակ դրական լինելու չեն կարող:
4. Դիցուք AC հիմքով ABC հավասարասրուն եռանկյան մեջ AD -ն սրունքին տարված կիսորդն է, իսկ AH -ը՝ սրունքին տարված բարձրությունը: Պարզ է, որ $\angle A = \angle C = 30^\circ$, որտեղից $\angle BAD = 15^\circ$: Նկատենք, որ $\angle HAB = 30^\circ \Rightarrow HB = \frac{1}{2}AB = 3$, իսկ $AH = 3\sqrt{3}$: Դիտարկենք եռանկյունի AHD -ն, որտեղ $\angle HAD = 45^\circ \Rightarrow AH = DH = 3\sqrt{3}$, ուրեմն $AD = 3\sqrt{6}$ (ըստ Պյութագորասի թեորեմի):
Պատ՝ $3\sqrt{6}$:
5. AL -ը շարունակենք իր չափով՝ $AL = LM$, և նկատենք, որ $ACMD$ քառանկյունը գուգահեռագիծ է: Հետևաբար $DM = AC = 12$ և $DM \parallel AC$: Բայց քանի որ $ED \parallel AC$, ուրեմն E, D և M կետերը գտնվում են մի ուղղի վրա: $ACMD$ գուգահեռագծից հետևում է նաև, որ $\angle DML = \angle LAC$, և քանի որ $\angle EAL = \angle LAC$ (AL -ը կիսորդ էր), ապա $\angle DML = \angle EAL \Rightarrow EM = AE = 15$:
Պատ՝ 15: